Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный университет путей сообщения»
Пермский институт железнодорожного транспорта
-филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Уральский государственный университет путей сообщения»
(ПИЖТ УрГУПС)

В.И. Карпова

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА: СБОРНИК ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методическое пособие

Пермь 2015

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный университет путей сообщения»
Пермский институт железнодорожного транспорта
-филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Уральский государственный университет путей сообщения»
(ПИЖТ УрГУПС)
Кафедра математических и естественнонаучных дисциплин

В.И. Карпова

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА: СБОРНИК ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методическое пособие

Допущено НМС ПИЖТ УрГУПС в качестве учебного пособия для студентов специальностей 23.05.03 Подвижной состав железных дорог, 23.05.04 Эксплуатация железных дорог, 23.05.05 Системы обеспечения движения поездов, 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей

Пермь 2016

УДК 512.64
ББК 22.143
К 26

К 26 **Карпова В.И.** Линейная алгебра: сборник заданий для самостоятельной работы: методическое пособие / ПИЖТ УрГУПС – Пермь, 2016. – 45 с.

Данное методическое пособие составлено в соответствии с рабочей программой учебных дисциплин «Математика» для направлений подготовки (уровень специалитет) 23.05.03 Подвижной состав железных дорог, 23.05.04 Эксплуатация железных дорог, 23.05.05 Системы обеспечения движения поездов, 23.05.06 Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей. Цель пособия – активизировать самостоятельную работу, способствовать развитию творческих способностей и познавательной деятельности студентов первого курса при изучении основных тем (Вычисление определителей, Действия с матрицами, Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений) раздела «Линейная алгебра» учебной дисциплины «Математика». Логика изложения материала в данном методическом пособии предполагает, что по каждой теме вначале дается подборка задач для практических занятий, затем представлены варианты индивидуальных домашних заданий, примеры которых включают все вопросы по теме. Каждое задание представлено в 27 вариантах (исходя из средней численности студентов – по 25 человек в группе). Для правильного выполнения и оформления индивидуального задания в помощь студентам в пособии приводится решение типового варианта. Для контроля полученных знаний по разделу в приложениях 1-2 предлагаются варианты аудиторной контрольной работы, варианты типового расчета по разделу «Линейная алгебра».

В настоящем сборнике представлено вариативное количество примеров для самостоятельной работы студентов по различным темам. Рекомендуется использовать данное пособие на практических занятиях и в рамках самостоятельной внеаудиторной работы студентов.

Рекомендовано к изданию на заседании кафедры МиЕНД ПИЖТ (УрГУПС),
протокол №1 от 09 сентября 2016 г.

Автор: Карпова В.И., к.п.н., доцент факультета высшего образования Пермского института железнодорожного транспорта.

Рецензенты:
доктор педагогических наук, профессор кафедры математики филиала Высшей школы экономики в г. Перми
Е.Г. Плотникова
кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВПО «Пермская государственная сельскохозяйственная академия им. Д.Н. Прянишникова»
Н.В. Деменева

Печатается по решению научно-методического совета
Пермского института железнодорожного транспорта

Содержание

Примеры задач для практического занятия№1 «Определители, их свойства».

1.1.Вычислить определители 2 порядка:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$.	б) $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$.	в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$.	г) $\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}$.

1.2 Вычислить определители по правилу треугольников:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & -3 \end{vmatrix}$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$	в) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

1.3 Вычислить определители , раскрывая по строке или столбцу:

а) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	б) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 10 & 3 & 16 \\ 4 & 2 & 6 \end{vmatrix}$	в) $\begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
г) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix}$	д) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & -4 \end{vmatrix}$	е) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix}$.

1.4 Вычислить определители, используя свойства:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 11 & 11 \\ 3 & 12 & 12 \\ 100 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 12 & 2 \\ 3 & 7 & 0 \\ 4 & 19 & 2 \end{vmatrix}$.	в) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$
г) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 5 & 10 & 8 \\ 7 & 14 & 11 \end{vmatrix}$	д) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & -5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$	е) $\begin{vmatrix} 6 & 14 & 28 \\ -7 & 5 & 10 \\ 0 & 4 & 8 \end{vmatrix}$

1.5 Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -4 & x+1 \end{vmatrix}=0$	б) $\begin{vmatrix} 4\sin x & 1 \\ 1 & \cos x \end{vmatrix}=0$	в) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$

1.6 Вычислить определители, разлагая их по третьему столбцу:

а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.	б) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & a & -1 \\ -1 & -2 & b & -1 \\ -2 & 0 & c & 1 \\ 0 & 1 & d & 0 \end{vmatrix}$.
в) $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 0 & -6 \\ 2 & -5 & 0 & 5 \\ -4 & 3 & 0 & -6 \end{vmatrix}$	г) $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 0 & 5 \\ 4 & -9 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$.

1.7 Вычислить определители разлагая их по выбранной строке или столбцу.

а) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.	б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 1 & -3 \\ 3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.	в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.
г) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.	д) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.	е) $\begin{vmatrix} 13 & 14 & 15 & 13 \\ 18 & 18 & 23 & 22 \\ 5 & 6 & 7 & 7 \\ 25 & 29 & 30 & 26 \end{vmatrix}$.
ж) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 13 & 19 & 6 & 9 \\ 6 & 17 & 11 & 3 \\ 3 & 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.	З) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & 10 & -1 & 5 \\ -3 & 1 & -6 & 1 \end{vmatrix}$	и) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 & 1 \\ 13 & 19 & 6 & 9 \\ 6 & 17 & 11 & 3 \\ 3 & 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

Примеры задач к практическому занятию №2
«Матрицы. Действия с матрицами».

2.1 Выполнить линейные операции с матрицами:

$$2\begin{pmatrix}3 & -1 & 4\\ 2 & 5 & 0\end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix}.$$

2.2 Найти элемент c_{32} матрицы С = А*В, если

$$A = \begin{pmatrix}3 & 2 & 4 & 5\\ 9 & 2 & -3 & 4\\ -1 & -5 & 3 & 11\end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & -1\\ 1 & -3\\ 2 & 5\end{pmatrix}.$$

2.3 Вычислить А*В и В*А

а) $A = \begin{pmatrix}3 & 4 & 5\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}3\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$.

б) $A = \begin{pmatrix}3 & 5 & 2\\ 4 & -8 & -4\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 6\\ 0 & 7\end{pmatrix}$.

в) $A = \begin{pmatrix}3 & 5 & 2\\ 4 & -3 & -1\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}3 & 2 & -1 & 2\\ -4 & 3 & 2 & 5\\ 0 & 2 & 4 & 6\end{pmatrix}$.

г) $A = \begin{pmatrix}-2 & -1 & 4\\ 2 & 5 & -3\\ 3 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}3 & 2\\ -2 & 4\\ 0 & -5\end{pmatrix}$.

д) $A = \begin{pmatrix}2 & -3 & 5\\ -3 & 2 & 5\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 5\end{pmatrix}$.

2.4 Перемножить заданные матрицы:

1) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 3 & 1\end{pmatrix}$;	2) $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$;
3) $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 6\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}9 & 6\\ -3 & 2\end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix}5 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 1\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 3 & 4\end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 4 & 2 & 0\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$;	6) $\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 4 & -1 & 3\\ 2 & 6 & 0\end{pmatrix}$;
7) $\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}4\\ 3\\ 2\end{pmatrix}$;	8) $\begin{pmatrix}2 & 3 & -4\\ -1 & -1 & 3\\ 1 & -2 & 5\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$;
9) $\begin{pmatrix}5 & 2 & 4\\ 1 & 1 & -3\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}5 & 4 & 4\\ -3 & -5 & -4\\ 1 & 3 & 4\end{pmatrix}$;	10) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^3$;
11) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^{10}$	12) $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}^3$.

2.5 Найти обратную матрицу для заданных матриц:

1) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$;	2) $\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$;	3) $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$;
4) $\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$;	5) $\begin{pmatrix}4 & -1 & 2\\ 1 & 1 & -2\\ 0 & -1 & 3\end{pmatrix}$;	6) $\begin{pmatrix}1 & 5 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ 6 & -2 & 1\end{pmatrix}$;
7) $\begin{pmatrix}4 & 3 & 5\\ 3 & 1 & 1\\ 4 & 4 & 7\end{pmatrix}$;	8) $\begin{pmatrix}5 & 2 & 5\\ 3 & 5 & -3\\ -2 & -4 & 3\end{pmatrix}$;	9) $\begin{pmatrix}3 & 1 & 3\\ 5 & -2 & 2\\ 2 & 2 & 3\end{pmatrix}$;

2.6 На изготовление некоторого изделия требуются детали трех типов: 5 деталей «типа а», 6 деталей «типа б» и 2 детали «типа в». Это можно коротко записать так $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Прейскурант цен в рублях на детали этих типов указан в столбце $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$. Какой смысл имеет произведение строки деталей на столбец цен?

2.7 Решить матричные уравнения:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$;	2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$;
3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$*X = $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$	4) X*$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$
5) X*$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$;	6) X*$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$;
7) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$;	
8) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -15 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -10 & -2 & -1 \end{pmatrix}$;	
9) X*$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 7 & 2 & 3 \\ 10 & -1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$;	10) X*$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2.8 Решить матричное уравнение 5A+2X-B = 0, если A = $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

2.9 Найти ранг заданной матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -5 \\ 14 & 28 & -42 & 70 \end{pmatrix}$;	2) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & 8 & -3 & 1 \end{pmatrix}$;
3) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$;
3) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 1 \\ 11 & 3 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 3 & 17 & 12 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$;
5) $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & -8 \end{pmatrix}$;	6) $\begin{pmatrix} 10 & 24 & 20 & -44 & -10 \\ 2 & 3 & 6 & 12 & 17 \\ 5 & 10 & -10 & 10 & 25 \end{pmatrix}$.

Индивидуальное задание№1

по теме «Определители и матрицы».

Задание 1.Вычислить определитель четвертого порядка:

а) разложением его по элементам i строки, предварительно получив нули на месте трех элементов;

б) разложением его по элементам j столбца.

1.1 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$ i = 4, j = 1	1.2 $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 3	1.3 $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ i = 4, j = 1
1.4 $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 3	1.5 $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ i = 2, j = 4	1.6 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 2
1.7 $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$ i = 2, j = 3	1.8 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 4	1.9 $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$ i = 4, j = 3
1.10 $\begin{vmatrix} -8 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ i = 4, j = 1	1.11 $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 4	1.12 $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 2
1.13 $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 4	1.14 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 2	1.15 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 3
1.16 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ i = 2, j = 2	1.17 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 3	1.18 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 2
1.19 $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 2	1.20 $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 3	1.21 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 2
1.22 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$ i = 3, j = 4	1.23 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ i = 4, j = 2	1.24 $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ i = 1, j = 4
1.25 $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$	1.26 $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$	1.27 $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$

i = 2, j = 3	i = 4, j = 4	i = 3, j = 4

2. Для заданных матриц найти матрицу A*B^T +2C.

2.1	$A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 2 \\ -3 & -7 & -9 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 3 \\ 5 & -5 & -1 \end{pmatrix}$	$C= \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -3 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
2.2	$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 8 \\ -6 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & -9 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 4 \\ -7 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -7 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$
2.3	$A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ -3 & -5 & 9 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 9 & -7 & 1 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ -7 & 6 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$
2.4	$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ -9 & 5 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -7 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & 6 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$
2.5	$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -3 \\ 3 & 6 & 6 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 5 & 7 & 7 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 5 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$
2.6	$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ -1 & 8 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 5 & 9 & -3 \\ 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 9 & 5 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$
2.7	$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 8 \\ -6 & -5 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -8 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 7 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$
2.8	$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ -7 & 5 & 7 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -9 \\ 4 & 4 & -4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$
2.9	$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 1 \\ 1 & -5 & -5 \\ -6 & -7 & 1 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 3 & 8 \\ 9 & -7 \end{pmatrix}$
2.10	$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & -3 \\ 8 & 3 & 8 \\ -3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 3 \\ 1 & 8 & 3 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ 4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
2.11	$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 3 & 4 & 3 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 7 \\ 8 & 4 & -5 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 3 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
2.12	$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 3 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 1 & 9 & -4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -9 & -3 \\ 8 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2.13	$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 8 & 5 & -2 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -7 \\ 1 & -5 & -3 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -5 & 3 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$
2.14	$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -9 & 8 & -7 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -6 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2.15	$A = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 1 \\ 3 & -8 & 7 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 6 & -8 & -4 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 3 & 2 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$
2.16	$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -3 & -4 & -9 \\ 3 & 1 & 9 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 2 \\ 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -9 & 8 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
2.17	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 8 \\ -5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -9 & -6 & -2 \end{pmatrix}$	$C = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -2 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2.18	$A=\begin{pmatrix}2&3&9\\-9&8&4\\-1&3&-4\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}3&3&-4\\-8&-7&-3\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}-9&7\\3&-1\\3&7\end{pmatrix}$
2.19	$A=\begin{pmatrix}0&3&3\\-1&9&7\\-1&6&-4\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}6&-2&3\\8&-4&1\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}4&-7\\2&5\\-6&-7\end{pmatrix}$
2.20	$A=\begin{pmatrix}3&4&8\\-7&6&3\\-2&5&9\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}-3&2&-3\\-9&-6&-2\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}-1&7\\6&-1\\-5&8\end{pmatrix}$
2.21	$A=\begin{pmatrix}1&5&5\\3&8&1\\0&2&8\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}0&3&3\\-9&-6&-1\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}1&-7\\5&-3\\4&8\end{pmatrix}$
2.22	$A=\begin{pmatrix}2&-5&3\\4&8&-8\\1&2&-7\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}2&-8&-9\\-1&5&3\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}6&-2\\8&-3\\4&1\end{pmatrix}$
2.23	$A=\begin{pmatrix}1&8&5\\-4&8&3\\-3&-7&8\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}9&-8&-7\\-3&1&3\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}1&-2\\9&1\\-5&8\end{pmatrix}$
2.24	$A=\begin{pmatrix}6&9&5\\4&8&4\\-9&1&7\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}-8&3&6\\8&7&-5\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}1&-7\\8&-6\\5&-9\end{pmatrix}$
2.25	$A=\begin{pmatrix}-1&5&5\\3&-4&1\\1&3&8\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}-6&3&-4\\9&-4&-1\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}-1&3\\-4&-3\\2&1\end{pmatrix}$
2.26	$A=\begin{pmatrix}-1&9&-5\\7&1&1\\7&3&1\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}-5&2&1\\8&3&-1\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}2&5\\-6&-3\\9&6\end{pmatrix}$
2.27	$A=\begin{pmatrix}-2&9&-5\\4&7&1\\-8&4&9\end{pmatrix}$	$B=\begin{pmatrix}2&6&-9\\1&5&-1\end{pmatrix}$	$C=\begin{pmatrix}-2&3\\6&-8\\-9&3\end{pmatrix}$

3. Найти обратную матрицу для матрицы А, сделать проверку.

3.1 $A=\begin{pmatrix}2&-1&-3\\8&-7&-6\\-3&4&2\end{pmatrix}$	3.2 $A=\begin{pmatrix}3&5&-6\\2&4&3\\-3&1&1\end{pmatrix}$	3.3 $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&-1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$
2.4 $A=\begin{pmatrix}-6&1&11\\9&2&5\\0&3&7\end{pmatrix}$	2.5 $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&2\\1&2&1\end{pmatrix}$	2.6 $A=\begin{pmatrix}2&3&2\\1&3&-1\\4&1&3\end{pmatrix}$
2.7 $A=\begin{pmatrix}6&7&3\\3&1&0\\2&2&1\end{pmatrix}$	2.8 $A=\begin{pmatrix}-2&3&4\\3&-1&-4\\-1&2&2\end{pmatrix}$	2.9 $A=\begin{pmatrix}1&7&3\\-4&9&4\\0&3&2\end{pmatrix}$
2.10 $A=\begin{pmatrix}2&6&1\\1&3&2\\0&1&1\end{pmatrix}$	2.11 $A=\begin{pmatrix}6&9&1\\-1&-1&1\\10&1&7\end{pmatrix}$	2.12 $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&1&7\\2&1&8\end{pmatrix}$
2.13 $A=\begin{pmatrix}5&1&-2\\1&3&-1\\8&4&-1\end{pmatrix}$	2.14 $A=\begin{pmatrix}2&2&5\\3&3&6\\4&3&4\end{pmatrix}$	2.15 $A=\begin{pmatrix}1&-2&5\\3&0&6\\4&3&4\end{pmatrix}$
2.16 $A=\begin{pmatrix}5&4&2\\1&2&4\\3&0&5\end{pmatrix}$	2.17 $A=\begin{pmatrix}3&1&0\\4&3&2\\2&2&-7\end{pmatrix}$	2.18 $A=\begin{pmatrix}8&-1&-1\\5&-5&-1\\10&3&2\end{pmatrix}$
2.19 $A=\begin{pmatrix}3&-7&2\\1&-8&3\\4&-2&3\end{pmatrix}$	2.20 $A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\3&5&1\\4&-7&5\end{pmatrix}$	2.21 $A=\begin{pmatrix}2&-1&-4\\4&-9&3\\2&-7&-1\end{pmatrix}$

2.22 $A=\begin{pmatrix}8&5&-1\\1&5&3\\1&1&0\end{pmatrix}$	2.23 $A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&-4&1\\4&-3&1\end{pmatrix}$	2.24 $A=\begin{pmatrix}5&-8&-4\\7&0&-5\\4&1&0\end{pmatrix}$
2.25 $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&-2&4\\3&-5&3\end{pmatrix}$	2.26 $A=\begin{pmatrix}-3&4&2\\1&-5&3\\0&1&2\end{pmatrix}$	2.27 $A=\begin{pmatrix}-3&4&0\\4&5&1\\-2&3&3\end{pmatrix}$

3. Определить ранг матрицы А.

3.1 $A=\begin{pmatrix}3&-2&-5&-6&2\\2&-5&-4&-4&6\\-3&1&-2&2&2\\2&-4&-2&-3&4\end{pmatrix}$	3.2 $A=\begin{pmatrix}-2&-2&-6&1&-1\\2&1&4&-2&1\\2&-1&1&-3&1\\3&-2&0&-5&1\end{pmatrix}$
3.3 $A=\begin{pmatrix}2&3&-3&-4&-2\\2&3&-2&-2&-2\\3&4&1&0&-2\\2&3&3&1&-1\end{pmatrix}$	3.4 $A=\begin{pmatrix}1&-1&-1&-1&3\\2&-1&-2&-1&4\\5&-1&-4&1&7\\-4&2&4&3&-8\end{pmatrix}$
3.5 $A=\begin{pmatrix}-4&-3&4&-9&-4\\7&1&-4&6&1\\-5&-1&3&-5&-1\\-8&-2&6&-9&-4\end{pmatrix}$	3.6 $A=\begin{pmatrix}-1&-3&0&2&2\\1&-4&-1&3&5\\-2&-4&1&3&1\\2&2&-2&-2&2\end{pmatrix}$
3.7 $A=\begin{pmatrix}-1&2&1&4&-3\\-4&-1&2&3&0\\2&-1&-1&-3&2\\-1&-1&3&5&1\end{pmatrix}$	3.8 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1&-4&2\\-1&-1&1&-1&-2\\-2&-3&2&-2&-4\\5&6&-2&0&8\end{pmatrix}$
3.9 $A=\begin{pmatrix}5&4&-3&-4&4\\-1&0&1&2&-1\\-3&7&-3&-2&1\\-5&7&-1&2&-1\end{pmatrix}$	3.10 $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&1&-4\\1&1&-1&-2&-4\\2&0&-1&-5&-4\\-1&-2&1&2&6\end{pmatrix}$
3.11 $A=\begin{pmatrix}-3&-1&-2&-4&1\\-2&-1&-1&-1&2\\-2&1&-1&-2&-1\\3&-1&1&0&-1\end{pmatrix}$	3.12 $A=\begin{pmatrix}-1&1&-1&1&1\\2&1&1&-5&-7\\1&3&-1&-5&-8\\0&-2&2&2&4\end{pmatrix}$
3.13 $A=\begin{pmatrix}0&-2&-2&-3&2\\4&-7&-4&-6&4\\-3&3&1&1&-2\\3&-4&-2&-3&2\end{pmatrix}$	3.14 $A=\begin{pmatrix}1&4&-2&2&-4\\-8&-7&6&4&-8\\7&8&-6&-2&4\\-5&-5&4&2&-4\end{pmatrix}$
3.15 $A=\begin{pmatrix}3&2&3&2&-3\\-3&-5&-5&1&1\\3&6&6&-2&-1\\-4&1&-1&-6&5\end{pmatrix}$	3.16 $A=\begin{pmatrix}-5&-4&-7&6&3\\2&-5&-2&0&-3\\6&-7&1&-4&-8\\4&1&4&-4&-3\end{pmatrix}$
3.17 $A=\begin{pmatrix}-1&-2&2&-2&-3\\2&1&-1&2&1\\-4&0&2&-4&-2\\-1&1&2&-2&-3\end{pmatrix}$	3.18 $A=\begin{pmatrix}-1&-4&4&6&2\\3&-1&3&7&-3\\1&3&-3&-4&-2\\2&1&0&2&-3\end{pmatrix}$
3.19 $A=\begin{pmatrix}-5&-6&-4&2&4\\-2&-3&-2&2&2\\5&3&-1&0&-2\\7&9&6&-4&-6\end{pmatrix}$	3.20 $A=\begin{pmatrix}3&-3&2&-1&-1\\-3&-3&2&-2&-1\\9&-6&4&-2&2\\6&-3&2&-1&3\end{pmatrix}$
3.21 $A=\begin{pmatrix}1&6&4&4&-4\\2&9&6&2&-4\\0&2&1&2&-2\\2&5&4&-1&-1\end{pmatrix}$	3.22 $A=\begin{pmatrix}-2&-3&2&-4&2\\2&-3&2&1&2\\-6&-6&4&-11&4\\-4&-3&2&-7&2\end{pmatrix}$
3.23 $A=\begin{pmatrix}-4&-4&2&2&1\\4&-4&2&0&-2\\-12&-8&4&8&4\\-8&-4&2&6&3\end{pmatrix}$	3.24 $A=\begin{pmatrix}2&1&2&-3&2\\-2&1&2&5&6\\6&2&4&-7&2\\4&1&2&-4&0\end{pmatrix}$

3.25 $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ -3 & 3 & 2 & -3 & 6 \\ 9 & 6 & 4 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	3.26 $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 2 & -2 & -1 \\ 4 & -3 & 2 & 4 & 1 \\ -12 & -6 & 4 & -9 & 5 \\ 8 & 3 & -2 & 7 & -6 \end{pmatrix}$
3.27 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ -5 & 6 & 8 & -9 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	

Решение типового варианта индивидуальных заданий.

Задание 1.

1.Вычислить определитель четвертого порядка

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & -10 & 120 & 80 \\ -5 & 3 & -34 & -23 \\ 1 & 1 & 3 & -7 \\ -9 & 2 & 8 & -15 \end{vmatrix}$$

а) раскрывая его по элементам 1 строки, предварительно получив три нулевых элемента;

б) раскрытия по 2 столбцу.

Решение.

Воспользуемся свойством определителей о том, что можно вынести общий множитель из любой строки (столбца) определителя и вынесем общий множитель 10 из первой строки, получим

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & -10 & 120 & 80 \\ -5 & 3 & -34 & -23 \\ 1 & 1 & 3 & -7 \\ -9 & 2 & 8 & -15 \end{vmatrix} = 10*\begin{vmatrix} 3 & -1 & 12 & 8 \\ -5 & 3 & -34 & -23 \\ 1 & 1 & 3 & -7 \\ -9 & 2 & 8 & -15 \end{vmatrix}.$$

Воспользуемся свойством о том, что определитель не изменится, если к к элементам любой строки (столбца) прибавить элементы другой строки, умноженные на любое число. Для получения нулевых элементов в 1 строке умножим элементы второго столбца определителя на числа (3), (12) и (8) и затем прибавим к соответствующим элементам 1-го, 3-го и 4-го столбцов, получим:

$\Delta = 10*\begin{vmatrix} 3 & -1 & 12 & 8 \\ -5 & 3 & -34 & -23 \\ 1 & 1 & 3 & -7 \\ -9 & 2 & 8 & -15 \end{vmatrix} = 10*\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 15 & 1 \\ -3 & 2 & 32 & 1 \end{vmatrix}$. В первой строке определителя имеется только один не равный нулю элемент a_{12},= -1, поэтому раскрывая его по 1 строке, получим:

$\Delta = 10*(-1)*(-1)^3*\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 4 & 15 & 1 \\ -3 & 32 & 1 \end{vmatrix}$. Таким образом вычисление определителя 4-го порядка свелось к вычислению определителя 3-го порядка. Раскроем определитель 3 порядка по последнему столбцу, но перед этим получим в нем два элемента равные нулю. Вычтем из элементов 2-ой и 3-ей строки элементы 1-ой строки, тогда

$$\Delta = 10*\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 4 & 15 & 1 \\ -3 & 32 & 1 \end{vmatrix} = 10*\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 13 & 0 \\ -7 & 30 & 0 \end{vmatrix} = 10*1*(-1)^4*\begin{vmatrix} 0 & 13 \\ -7 & 30 \end{vmatrix} = 10*91 = 910.$$

Ответ Δ = 910.

б) Раскроем заданный определитель по 2-ому столбцу. Удобно проводить вычисления, если во 2 столбце будет только один не равный нулю элемент. Так как во втором столбце имеется элемент равный единице, a_{12} =1, то еред этим получим в нем три нулевых элемента. Умножим элементы 1 строки на числа 3, 1 и 2 и вычтем из соответственных элементов 2-ой, 3 –ей и 4 строк, получим:

$\Delta = 10*\begin{vmatrix} 3 & -1 & 12 & 8 \\ -5 & 3 & -34 & -23 \\ 1 & 1 & 3 & -7 \\ -9 & 2 & 8 & -15 \end{vmatrix} = 10*\begin{vmatrix} 3 & -1 & 12 & 8 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 15 & 1 \\ -3 & 0 & 32 & 1 \end{vmatrix}$ = 10*(-1)$(-1)^3 * \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 4 & 15 & 1 \\ -3 & 32 & 1 \end{vmatrix} =$

$10*\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 15 & 0 \\ -7 & 30 & 0 \end{vmatrix}$ = 10*91=910.

Задание 2.

Для заданных матриц A = $\begin{pmatrix} -2 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & 1 \\ -8 & 4 & 9 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 2 & 6 & -9 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ и C = $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -8 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$ выполнить действия $A*B^T + 2C$.

Решение.

Для нахождения транспонированной матрицы B^T необходимо в матрице B поменять местами строки с соответствующими столбцами, тогда матрица $B^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 5 \\ -9 & -1 \end{pmatrix}$. Найдем произведение $A*B^T$. По определению произведение матриц - это новая матрица, имеющая число строк как в первой матрице, число столбцов как во второй, в нашем примере три строки два столбца. Для получения элемента a_{ij}новой матрицы нужно элементы i – ой строки первой матрицы умножить на соответствующие элементы j – го столбца второй, Например, для элемента a_{11} (стоящего в первой строке и первом столбце) найдем сумму произведений элементов первой строки матрицы A на соответствующие элементы первого столбца матрицы B^T, получим (-2)*2+9*6+(-5)*(-9) = 95. Аналогично получим остальные элементы

$A*B^T = \begin{pmatrix} -2 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & 1 \\ -8 & 4 & 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 5 \\ -9 & -1 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} (-2)*2+9*6+(-5)*(-9) & (-2)*1+9*5+(-5)*(-1) \\ 4*2+7*6+1*(-9) & 4*1+7*5+1*(-1) \\ -8*2+4*6+9*(-9) & -8*1+4*5+9*(-1) \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} -4+54+45 & -2+45+5 \\ 8+42-9 & 4+35-1 \\ -16+24-81 & -8+20-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 95 & 48 \\ 31 & 38 \\ -73 & 3 \end{pmatrix}$. Для нахождения матрицы 2C нужно все элементы матрицы C умножить на число 2 получим

$2C = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 12 & -16 \\ -18 & 6 \end{pmatrix}$. Теперь найдем сумму двух матриц $A*B^T + 2C$, сложив соответствующие элементы:

$A*B^T + 2C = \begin{pmatrix} 95 & 48 \\ 31 & 38 \\ -73 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 12 & -16 \\ -18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 91 & 54 \\ 43 & 22 \\ -91 & 9 \end{pmatrix}$.

Ответ: $A*B^T + 2C = \begin{pmatrix} 91 & 54 \\ 43 & 22 \\ -91 & 9 \end{pmatrix}$.

Задание 3.

Найти матрицу обратную для A = $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

Решение.

Обратную матрицу можно найти только для невырожденной матрицы, то есть матрицы, у которой определитель не равен нулю $\Delta \neq 0$. Обратную матрицу можно найти по следующему алгоритму:

1. Вычислить Δ – определитель матрицы A;
2. Найти матрицу A^T;
3. Найти присоединенную матрицу A^*, которая составлена из алгебраических дополнений элементов A^T;
4. Найти обратную матрицу по формуле $A^{-1} = \frac{A^*}{\Delta}$.

1 шаг.

Вычислим определитель матрицы A, раскрыв его по 3-ему столбцу, но предварительно получим с помощью элементарных преобразований нелевой элемент на месте a_{33}. Для этого умножим элементы 2-ой строки на число (-3) и прибавим к соответствующим элементам 3-ей строки, получим:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ (-3) \\ \leftarrow\downarrow \end{matrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -10 & -12 & 0 \end{vmatrix} = 1*(-1)^5*\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -10 & -12 \end{vmatrix} = -(-36+40) = -4.$$

2 шаг.

Найдем матрицу $A^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3 шаг.

Найдем алгебраические дополнения элементов матрицы A^T:

$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$=12	$A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$=-12	$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$=4
$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$=-10	$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$=9	$A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$=-3
$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$=2	$A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$=-1	$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$=-1

Составим матрицу A^*: $A^* = \begin{pmatrix} 12 & -12 & 4 \\ -10 & 9 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4 шаг.

Найдем $A^{-1} = \frac{-1}{4} * \begin{pmatrix} 12 & -12 & 4 \\ -10 & 9 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 5/2 & -9/4 & 3/4 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$.

Проверка.

По определению обратной матрицы $A*A^{-1}=A^{-1}*A = E$, где E – единичная матрица. Поэтому для того, чтобы убедиться, что матрица A^{-1} найдена верно, найдем $A*A^{-1}$ = $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 5/2 & -9/4 & 3/4 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$ =

$$\begin{pmatrix} -9+10+0 & 9-9+0 & -3+3+0 \\ -12+\frac{25}{2}-1/2 & 12-\frac{45}{4}+1/4 & -4+\frac{15}{4}+1/4 \\ -6+\frac{15}{2}-3/2 & 6-\frac{27}{4}+3/4 & -2+\frac{9}{4}+3/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{E}.$$

Итак матрица A^{-1} найдена верно.

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 5/2 & -9/4 & 3/4 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$.

Задание 4.

Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ -5 & 6 & 8 & -9 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение.

Рангом матрицы называется наивысший порядок ее минора не равного нулю.

Ранг матрицы можно найти на основании теоремы о ранге матрицы.

Теорема. Если какой-нибудь минор к-го порядка $\Delta_к$ матрицы A отличен от нуля, а все остальные миноры матрицы (к+1)-го порядка, заключающие $\Delta_к$ в качестве минора, равны нулю, то ранг матрицы A равен r(A)=к.

Для нахождения ранга матрицы нужно вычислять ее миноры. В математике принята методика, по которой начинать нужно с миноров 2 порядка, пока не обнаружим отличный от нуля минор $\Delta_2 \neq 0$. Из теоремы следует, что далее нужно вычислять миноры 3-го порядка, заключающие окаймляющие (заключающие) этот не равный нуля минор 2 порядка, пока не найдем отличный от нуля минор 3-его порядка $\Delta_3 \neq 0$. Если окажется, что все окаймляющие миноры 3 порядка равны нулю, то согласно теореме ранг матрицы r(A) = 2. Если же найдется минор 3 порядка не равный нулю $\Delta_3 \neq 0$, то нужно вычислять окаймляющие его миноры 4 порядка пока не найдется не равный нулю $\Delta_4 \neq 0$. Если же все окаймляющие миноры 4-го порядка равны нулю, то r(A) = 3. Если хотя бы один окаймляющий минор 4 порядка не равен нулю, то вычисляются окаймляющие его миноры 5-го порядка и так далее. Поскольку окаймлять удобно угловые миноров, то начинают вычисление именно с угловых миноров.

Для заданной матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \vdots & -3 \vdots & 6 & -8 \\ 0 & 1 \vdots & 2 \vdots & -3 & 4 \\ \cdots -5 & \cdots 6 & 8 \vdots & -9 & 0 \\ \cdots 0 & \cdots -2 & \cdots -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}$

В левом верхнем углу нашелся минор 2-го порядка не равный нулю $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$, согласно принятой методике теперь нужно вычислять окаймляющие его миноры 3-го порядка, пока не найдется не равный нулю.

Окаймляющий минор 3-го порядка $\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -5 & 6 & 8 \end{vmatrix} \begin{matrix} (5) \\ \downarrow \\ \leftarrow\downarrow \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & -7 \end{vmatrix} =$

$1*(-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -4 & -7 \end{vmatrix}$=1≠0, поэтому вычислим окаймляющие его миноры 4 порядка, пока не найдется не равный нулю. Окаймляющих миноров 4-го порядка в заданной матрице нашлось всего два.

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ -5 & 6 & 8 & -9 \\ 0 & -2 & -4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} (5) \\ \downarrow \\ \leftarrow \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -4 & -7 & 21 \\ 0 & -2 & -4 & 6 \end{vmatrix} = 1*(-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & -7 & 21 \\ -2 & -4 & 6 \end{vmatrix} = (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & -7 & 21 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ -5 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & -8 \end{vmatrix} \begin{matrix} (5) \\ \downarrow \\ \leftarrow \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -4 & -7 & -40 \\ 0 & -2 & -4 & -8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -4 & -7 & -40 \\ -2 & -4 & -8 \end{vmatrix} = (-2)* \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -4 & -7 & -40 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 0.$$

Так как в матрице А все окаймляющие $\Delta_3 \neq 0$ миноры 4-го порядка равны нулю, то наивысший порядок минора отличного от нуля равен 3, то есть ранг матрицы равен трем r(A) = 3.

Ответ: r(A) = 3.

Второй способ определения ранга матрицы

Процесс последовательного вычисления миноров матрицы, для того чтобы найти не равный нулю минор наивысшего порядка потребует меньше времени, если матрицу сначала привести к треугольному или трапецеидальному виду с помощью элементарных преобразований ее строк. Легко вычисляется определитель, у которого ниже главной диагонали все элементы равны нулю, он равен произведению элементов на главной диагонали.

Перечислим преобразования матриц, которые можно считать элементарными.

Элементарные преобразования:

1. Транспонирование матриц;
2. Перестановка двух строк матрицы;
3. Умножение всех элементов строки (столбца) на любое число $\lambda \neq 0$;
4. Прибавление ко всем элементам строки элементов другой строки, умноженных на числовой множитель.

Теорема. При элементарных преобразованиях матрицы ее ранг не меняется.

Найдем ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ -5 & 6 & 8 & -9 & 0 \\ 1 & 2 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}$.

Решение.

Приведем матрицу А к трапецеидальному виду. Для этого умножим элементы 1-ой строки матрицы на число (5) и прибавим к соответствующим элементам 3-ей строки, получим:

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ -5 & 6 & 8 & -9 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -4 & -7 & 21 & -40 \\ 0 & -2 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix}$. Знак $\sim$ указывает, что соединенные им матрицы получаются одна из другой элементарными преобразованиями и имеют один и тот же ранг.

Умножим 2-ую строку на числа (4) и (2) и прибавим к соответствующим элементам 3-ей и 4-ой строк, получим:

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -4 & -7 & -9 & -40 \\ 0 & -2 & -4 & 6 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & \vdots & 6 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & \vdots & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 9 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В полученной матрице легко увидеть минор 3-го порядка $\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$.

При этом все окаймляющие его миноры 4-го порядка равны нулю, так как все они содержат нулевую строку. Поэтому r(A) = 3.

Ответ: r(A) = 3.

Примеры задач для практического занятия№3

«Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений»

3.1 Решить системы ЛАУ.

а) $\begin{cases} 5x + 2y + 5z = 4 \\ 3x + 5y - 3z = -1 \\ -2x - 4y + 3z = 1 \end{cases}$;	б) $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ x - 2y + z = 9 \\ x - 4y - 2z = 3 \end{cases}$;
c) $\begin{cases} 4x + 2y - z = 1 \\ 5x + 3y - 2z = 2 \\ 3x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$;	d) $\begin{cases} 3x + y + 3z = 2 \\ 5x - 2y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$.

3.2 Исследовать систему ЛАУ на совместность, и, если совместна, найти общее и одно частное решение:

а) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$;	б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$;
c) $\begin{cases} 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$;	d) $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1 \end{cases}$;
е) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6 \end{cases}$;	ж) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5 \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1 \end{cases}$;
з) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$;	и) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$;
к) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$;	л) $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 - x_4 - 12x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 10x_5 = 0 \\ 3x_1 + 10x_2 + 4x_3 - 2x_4 - 21x_5 = 0 \end{cases}$;
н) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 7 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + x_4 = 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 19 \end{cases}$;	н) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 15x_5 = 9 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 7x_5 = 5 \end{cases}$.

Индивидуальное задание №2

«Решение систем линейных алгебраических уравнений»

1. Проверить совместность системы ЛАУ и в случае совместности решить:

а) по формулам Крамера;

б) матричным способом;

в) методом Гаусса.

1.1 $a)\begin{cases}2x+y+3z=7\\2x+3y+z=1\\3x+2y+z=6\end{cases}$	б) $\begin{cases}3x+2y-4z=8\\2x+4y-5z=11;\\x-2y+z=1\end{cases}$
1.2 $a)\begin{cases}2x-y+2z=3\\x+y+2z=-4\\4x+y+4z=-3\end{cases}$	б) $\begin{cases}x+y+z=1\\x-y+2z=-5\\2x+2z=-2\end{cases}$
1.3 $a)\begin{cases}3x-y+z=12\\x+2y+4z=6\\5x+y+2z=3\end{cases}$	б) $\begin{cases}2x-y+4z=15\\3x-y+z=8\\5x-2y+5z=0\end{cases}$
1.4 $a)\begin{cases}2x-y+3z=-4\\x+3y-z=11\\x-2y+2z=-7\end{cases}$	б) $\begin{cases}3x-3y+2z=2\\4x-5y+2z=1\\x-2y=5\end{cases}$
1.5 $a)\begin{cases}3x-2y+4z=12\\3x+4y-2z=6\\2x-y-z=-9\end{cases}$	б) $\begin{cases}3x+2y-4z=8\\2x+4y-5z=1\\5x+6y-9z=2\end{cases}$
1.6 $a)\begin{cases}8x+3y-6z=-4\\x+y-z=2\\4x+y-3z=-5\end{cases}$	б) $\begin{cases}3x+y+2z=-3\\2x+2y+5z=5\\5x+3y+7z=1\end{cases}$
1.7 $a)\begin{cases}4x+y-3z=9\\x+y-z=-2\\8x+3y-6z=12\end{cases}$	б) $\begin{cases}4x-7y-2z=0\\2x-3y-4z=6\\2x-4y+2z=2\end{cases}$
1.8 $a)\begin{cases}2x+3y+4z=33\\7x-5y=24\\4x+11z=39\end{cases}$	б) $\begin{cases}5x-9y-4z=6\\x-7y-5z=1\\4x-2y+z=2\end{cases}$
1.9 $a)\begin{cases}2x+3y+4z=12\\7x-5y+z=-33\\4x+z=-7\end{cases}$	б) $\begin{cases}x-5y+z=3\\3x+2y-z=7\\4x-3y=1\end{cases}$
1.10 $a)\begin{cases}x+4y-z=6\\5y+4z=-20\\3x-2y+5z=-22\end{cases}$	б) $\begin{cases}5x-5y-4z=-3\\x-y+5z=1\\4x-4y-9z=0\end{cases}$
1.11 $a)\begin{cases}3x-2y+4z=21\\3x+4y-2z=9\\2x-y-z=10\end{cases}$	б) $\begin{cases}7x-2y-z=2\\6x-4y-5z=3\\x+2y+4z=5\end{cases}$
1.12 $a)\begin{cases}3x-2y-5z=5\\2x+3y-4z=12\\x-2y+3z=-1\end{cases}$	б) $\begin{cases}4x-3y+z=3\\x+y-z=4\\3x-4y+2z=2\end{cases}$
1.13 $a)\begin{cases}4x+y+4z=19\\x-y+2z=11\\x+y+2z=8\end{cases}$	*б)* $\begin{cases}3x+y+2z=1\\2x+2y-3z=9\\x-y+z=2\end{cases}$
1.14 $a)\begin{cases}2x-y+2z=0\\4x+y+4z=6\\x+y+2z=4\end{cases}$	*б)* $\begin{cases}6x+3y-5z=0\\9x+4y-7z=3\\3x+y-2z=5\end{cases}$

1.15 а) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 8x - y + 3z = 2 \\ 4x + y + 6z = 1 \\ 4x - 2y - 3z = 7 \end{cases}$
1.16 а) $\begin{cases} 2x - y - 3z = -9 \\ x + 5y + z = 20 \\ 3x + 4y + 2z = 15 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 5 \\ x + y + 5z = 6 \\ 3x + 4y + 9z = 0 \end{cases}$
1.17 а) $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ 3x + 4y + 2z = 1 \\ x + 5y + z = -3 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 2x - 3y - 4z = 1 \\ 7x - 9y - z = 3 \\ 5x - 6y + 3z = 7 \end{cases}$
1.18 а) $\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8 \\ 3x + y + z = -4 \\ x - 4y - 2z = -9 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x + 6y - 2z = 2 \\ 2x + 3y - z = 9 \\ 3x + y - z = 1 \end{cases}$
1.19 а) $\begin{cases} 3x + y + z = -4 \\ -3x + 5y + 6z = 36 \\ x - 4y - 2z = -19 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 3x + y - 2z = 6 \\ 5x - 3y + 2z = 4 \\ -2x + 5y - 4z = 0 \end{cases}$
1.20 а) $\begin{cases} 3x - y + z = -11 \\ 5x + y + 2z = 8 \\ x + 2y + 4z = 16 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + y + 3z = 4 \\ 7x + 2y + 4z = 1 \end{cases}$
1.21 а) $\begin{cases} 3x - y + z = 9 \\ 5x + y + 2z = 11 \\ x + 2y + 4z = 19 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x - 2y - 3z = 3 \\ x + 3y - 5z = 0 \\ 2x + y - 8z = 4 \end{cases}$
1.22 а) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x - 4y - 2z = 0 \\ 3x - 5y - 6z = 2 \\ 4x - 9y - 8z = 1 \end{cases}$
1.23 а) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 12 \\ 2x + y + 3z = 16 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 4x + y - 3z = 1 \\ 3x + y - z = 2 \\ x - 2z = 5 \end{cases}$
1.24 а) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 14 \\ 2x + 3y - 4z = -16 \\ 3x - 2y - 5z = -8 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 3x - 5y + 3z = 4 \\ x + 2y + z = 8 \\ 2x - 7y + 2z = 1 \end{cases}$
1.25 а) $\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 11 \\ 2x - y - z = 4 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 2 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$
1.26 а) $\begin{cases} x + 5y - 6z = -15 \\ 3x + y + 4z = 13 \\ 2x - 3y + z = 9 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x - y - 2z = 1 \\ 3x - 4y + z = 7 \\ 2x + 3y - 3z = 4 \end{cases}$
1.27 а) $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ 3x + 2y + 5z = -14 \\ x - 3y + 4z = -19 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 2x + 8y = 7z = 0 \\ 2x - 5y + 6z = 1 \\ 4x + 3y - z = 7 \end{cases}$

2. Исследовать систему ЛАУ на совместность и, если она совместна, найти общее решение и одно частное.

2.1 $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 + 10x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 8 \\ -3x_1 - 15x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -11 \end{cases}$;	*2.2* $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 11x_4 - 4x_5 = -6 \\ -3x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 9x_4 + 12x_5 = 7 \end{cases}$
2.3 $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 - 2x_5 = -3 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 + 11x_4 - 9x_5 = -6 \\ -3x_1 + 15x_2 - 2x_3 - 9x_4 + 2x_5 = 11 \end{cases}$	*2.4* $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 10x_4 - 12x_5 = 0 \\ -3x_1 - 6x_2 - 2x_3 + 5x_4 + 9x_5 = 5 \end{cases}$
2.5 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + 4x_5 = -8 \\ -3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 10x_5 = 15 \end{cases}$	*2.6* $\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -3 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 7 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_5 = -2 \end{cases}$

2.7 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 9x_3 + 5x_4 + 9x_5 = 1 \end{cases}$	*2.8* $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 + x_4 - 4x_5 = 4 \\ -4x_1 + 10x_2 - 9x_3 + x_4 + 9x_5 = -5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 7 \end{cases}$
2.9 $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -2 \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 - 3x_4 - x_5 = 16 \end{cases}$	*2.10* $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ -2x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$
2.11 $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 3 \\ 2x_1 - 6x_2 - x_3 - x_4 - 5x_5 = -2 \\ 4x_1 - 9x_2 - 5x_3 + x_4 - 3x_5 = 10 \end{cases}$	*2.12* $\begin{cases} -x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 5 \\ 2x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 5x_5 = -6 \\ -x_1 - 5x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5 = 9 \end{cases}$
2.13 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_5 = 3 \\ 2\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 4 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 4 \end{cases}$	*2.14* $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 6x_5 = -4 \\ -2x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 + 13x_5 = 71 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 5x_5 = -5 \end{cases}$
2.15 $\begin{cases} -x_1 - 5x_2 - 2x_5 = 3 \\ -x_1 - 6x_2 + x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 4 \\ -2x_1 - 9x_2 - x_3 - 4x_4 - x_5 = 7 \end{cases}$	*2.16* $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 4x_5 = -2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 11x_5 = -4 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 8x_5 = 11 \end{cases}$
2.17 $\begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 - 6x_5 = -4 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 + 10x_5 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 - 8x_5 = -7 \end{cases}$	*2.18* $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 + x_5 = 3 \\ 2\ \ x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 - 9x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 8 \end{cases}$
2.19 $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_5 = 3 \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ -4x_1 - x_2 - 7x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$	*2.20* $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -4 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 13x_4 - x_5 = -8 \\ -3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 17 \end{cases}$
2.21 $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 - 4x_5 = -4 \\ 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 9x_5 = -8 \\ -3x_1 - 12x_2 - 2x_3 - 5x_4 + 12x_5 = 15 \end{cases}$	*2.22* $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 - x_5 = -1 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$
2.23 $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 - 2x_5 = 5 \\ -4x_1 - 8x_2 - 9x_3 + 3x_5 = -11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 4 \end{cases}$	*2.24* $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_5 = 3 \\ -\quad x_1 - x_3 + 5x_4 - 4x_5 = 3 \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 5x_4 - x_5 = 9 \end{cases}$
2.25 $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 5 \\ 2\quad x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 - x_5 = 10 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 5x_5 = -12 \end{cases}$	*2.26* $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ -4x_1 + 8x_2 + 5x_3 - 3x_4 - 3x_5 = -1 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_5 = -1 \end{cases}$
2.27 $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 8 \\ 4x_1 + 11x_2 + x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -4 \end{cases}$	

3. Найти все решения однородной системы ЛАУ. Указать базисные и свободные переменные.

3.1	*а)* $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ 4x - 11y + 10z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ 8x - y + 3z = 0 \end{cases}$
3.2	*а)* $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x + 3y + 3z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 0 \\ 3x - 3y + z = 0 \\ 2x - 3y + 3z = 0 \end{cases}$
3.3	*а)* $\begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x + 2y - 5z = 0 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - 2y - 4z = 0 \end{cases}$
3.4	*а)* $\begin{cases} 4x - y + 10z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 0 \end{cases}$
3.5	*а)* $\begin{cases} 2x + 5y + z = 0 \\ 4x + 6y + 3z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x + 2y + 4z = 0 \\ 5x + y + 2z = 0 \\ 4x - y - 2z = 0 \end{cases}$

3.6	а) $\begin{cases} 3x - y - 3z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x + y + 3z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ 5x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$
3.7	а) $\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \\ 3x + 2z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 3y + 5z = 0 \\ 4x + y + 6z = 0 \end{cases}$
3.8	а) $\begin{cases} 2x - y - 5z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ 5x + y + 4z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x + 2y - 4z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$
3.9	а) $\begin{cases} 5x - 5y + 4z = 0 \\ 3x + y + 3z = 0 \\ x + 7y - z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \\ 2x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$
3.10	а) $\begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2x + 5y - 2z = 0 \\ x + y + 5z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x + y + 4z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 7x - y + 3z = 0 \end{cases}$
3.11	а) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \\ x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 2x + 3y - 5z = 0 \\ 5x + y - 4z = 0 \end{cases}$
3.12	а) $\begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 5x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$
3.13	а) $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 3x - 2y + 4z = 0 \\ x - 5y + 3z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 2y - 5z = 0 \\ x - 2y - 4z = 0 \\ 2x - 9z = 0 \end{cases}$
3.14	а) $\begin{cases} 4x + y + 3z = 0 \\ 8x - y + 7z = 0 \\ 2x + 4y - 5z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x - 3y + 5z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$
3.15	а) $\begin{cases} x + 4y - 3z = 0 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ x - 7y + 2z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0 \\ 3x + 2y - 3z = 0 \\ 5x + y - z = 0 \end{cases}$
3.16	а) $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + y + 2z = 0 \\ 2x - 3y + 5z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$
3.17	а) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ 3x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x - 3y - 2z = 0 \\ 3x - y + 4z = 0 \\ 2x - 2y + z = 0 \end{cases}$
3.18	а) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ 4x - 2y + 5z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 5x + y - 2z = 0 \\ 3x - y + z = 0 \\ 2x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$
3.19	а) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y - 5z = 0 \\ 3x + y + z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 5x - y - 2z = 0 \end{cases}$
3.20	а) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 4x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x - y + 5z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 2x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$
3.21	а) $\begin{cases} x - 3y - 4z = 0 \\ 5x - 8y - 2z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ 2x - 3y - 7z = 0 \\ 3x + 2y - 6z = 0 \end{cases}$
3.22	а) $\begin{cases} 3x + 5y - z = 0 \\ 2x + 4y - 3z = 0 \\ x - 3y + z = 0 \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ x - 5y + 2z = 0 \\ 4x - y + z = 0 \end{cases}$

3.23	*а)* $\begin{cases} 3x-2y+z=0 \\ 2x-3y+2z=0 \\ 4x+y-4z=0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 2x+4y-3z=0 \\ x-3y+2z=0 \\ 3x+y-z=0 \end{cases}$
3.24	*а)* $\begin{cases} 7x+y-3z=0 \\ 3x-2y+3z=0 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 7x-6y-z=0 \\ 3x-3y+4z=0 \\ 4x-3y-5z=0 \end{cases}$
3.25	*а)* $\begin{cases} x+2y-4z=0 \\ 2x-y-3z=0 \\ x+3y+z=0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x-3y+2z=0 \\ 2x+4y-3z=0 \\ 3x-7y+5z=0 \end{cases}$
3.26	*а)* $\begin{cases} 7x-6y+z=0 \\ 4x+5y=0 \\ x-2y+3z=0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} x-8y+7z=0 \\ 3x+5y-4z=0 \\ 4x-3y+3z=0 \end{cases}$
3.27	*а)* $\begin{cases} 5x-4y+2z=0 \\ 3y-2z=0 \\ 4x+y-3z=0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x+8y-5z=0 \\ 7x+5y-z=0 \\ 2x-3y+4z=0 \end{cases}$

Решение типового варианта
Индивидуального задания № 2
Задание 1.

Проверить совместность системы ЛАУ $\begin{cases} 4x-y=-6 \\ 3x+2y+5z=-14 \\ x-3y+4z=-19 \end{cases}$ и если совместна, то решить тремя методами:

а) методом Крамера;
б) с помощью обратной матрицы;
в) методом Гаусса.

Решение.

1) Исследование системы на совместность.

Система линейных алгебраических уравнений называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение. Если решений нет, то система называется несовместной.

Совместность системы ЛАУ определяется по теореме Кронекера-Капелли: «Для совместности системы линейных алгебраических уравнений необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы системы равнялся рангу расширенной матрицы этой системы».

Если обозначить матрицу системы ЛАУ буквой А, расширенную матрицу системы буквой $\overline{\text{A}}$, то для совместности системы необходимо выполнение равенства r(A) =r$(\overline{A})$.

Если условия теоремы Кронекера-Капелли не выполняются, то есть r(A) $\neq$ r$(\overline{A})$, то система несовместна.

Если ранг матрицы А совместной системы ЛАУ равен числу неизвестных r(A) = n, то эта система имеет единственное решение и называется определенной.

Если ранг матрицы А совместной системы ЛАУ меньше числа неизвестных, то эта система имеет бесчисленное множество решений и называется неопределенной.
Все решения системы записываются в виде общего решения , из которого находятся все частные решения.

Составим расширенную матрицу системы заданного примера присоединяя к трем столбцам матрицы системы А столбец свободных членов и найдем ее ранг.

С помощью элементарных преобразований приведем ее к трапецеидальному виду:

1) Переставим 1-ую и 3-ю строки матрицы $\overline{\text{A}}$;

2) умножим элементы первой строки матрицы на числа (-3) и (-4) и прибавим к элементам 2-ой и 3-ей строк, получим:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & \vdots & -6 \\ 3 & 2 & 5 & \vdots & -14 \\ 1 & -3 & 4 & \vdots & -19 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & \vdots & -19 \\ 3 & 2 & 5 & \vdots & -14 \\ 4 & -1 & 0 & \vdots & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & \vdots & -19 \\ 0 & 11 & -7 & \vdots & 43 \\ 0 & 11 & -16 & \vdots & 70 \end{pmatrix}.$$

3) Вычтем из элементов 3-ей строки элементы 2-ой строки:

$$\bar{A} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & \vdots & -19 \\ 0 & 11 & -7 & \vdots & 43 \\ 0 & 0 & -9 & \vdots & 27 \end{pmatrix}.$$

В преобразованной матрице легко вычислить минор 3-го порядка $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 0 & 11 & -7 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} =$ -99$\neq 0$. Наивысший порядок минора матрицы А не равного нулю равен 3 поэтому ранг матрицы А равен трем, r(A)=3. Ранг расширенной матрицы $\bar{A}$ так же равен 3, так как она включает матрицу А.

Вывод:

- Система совместна так как r(A =r($\bar{A}$) $= 3$;
- Ранг матрицы А равен числу неизвестных в системе ЛАУ, поэтому система имеет единственное решение.

а) решение системы методом Крамера.

Формулы Крамера имеют вид: x= $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, y = $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, z = $\frac{\Delta_3}{\Delta}$,

где

- Δ - определитель матрицы системы,
- Δ_i – получается из определителя Δ заменой i - ого столбца на столбец свободных членов.

Вычислим для заданной системы 4 определителя, раскрывая каждый по 3-ему столбцу:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 5*(-1)^5 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + +4*(-1)^6 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 55+44=99.$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -6 & -1 & 0 \\ -14 & 2 & 5 \\ -19 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 5*(-1)^5 \begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -19 & -3 \end{vmatrix} + 4*(-1)^6 \begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -14 & 2 \end{vmatrix} = 5-104=-99.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & -6 & 0 \\ 3 & -14 & 5 \\ 1 & -19 & 4 \end{vmatrix} = 5*(-1)^5 \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 1 & -19 \end{vmatrix} + 4*(-1)^6 \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -14 \end{vmatrix} = 350-104=198.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & -6 \\ 3 & 2 & -14 \\ 1 & -3 & -19 \end{vmatrix} = -6*(-1)^4 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (-14)*(-1)^5 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} +$$

$$+ (-19)*(-1)^6 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 66-154-209=-297.$$

Подставляя в формулы Крамера получим решение системы:

x= $\frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-99}{99}$ = -1; y = $\frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{198}{99}$ = 2; z = $\frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-297}{99}$ = -3.

Ответ: x=-1; y=2; z=-3.

б) Решение системы ЛАУ матричным методом.

Матричная запись системы имеет вид AX=B, где

A – матрица системы, X – матрица-столбец неизвестных $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$,

B – матрица-столбец свободных членов $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$.

Решение системы в матричном виде имеет вид $X=A^{-1} * B$.

Найдем обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ по известному алгоритму:

1) $\Delta = 99$;
2) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$;
3) Нахождение присоединенной матрицы A^*

$A_{11}=(-1)^2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}=23$	$A_{12}=(-1)^3 \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}=4$
$A_{13}=(-1)^4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}=-5$	$A_{21}=(-1)^3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}=-7$
$A_{22}=(-1)^4 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}=16$	$A_{23}=(-1)^5 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}=-20$
$A_{31}=(-1)^4 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}=-11$	$A_{32}=(-1)^5 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}=11$
$A_{33}=(-1)^6 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}=11$	

$A^* = \begin{pmatrix} 23 & 4 & -5 \\ -7 & 16 & -20 \\ -11 & 11 & 11 \end{pmatrix}$;

4) Обратная матрица для матрицы A равна $A^{-1} = \frac{1}{99}\begin{pmatrix} 23 & 4 & -5 \\ -7 & 16 & -20 \\ -11 & 11 & 11 \end{pmatrix}$.

Умножая обратную матрицу на столбец свободных членов получим искомое решение:

$X=A^{-1} * B = \frac{1}{99}\begin{pmatrix} 23 & 4 & -5 \\ -7 & 16 & -20 \\ -11 & 11 & 11 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -6 \\ -14 \\ -19 \end{pmatrix} =$

$\frac{1}{99}\begin{pmatrix} 23 * (-6) + 4 * (-14) - 5 * (-19) \\ -7 * (-6) + 16 * (-14) - 20 * (19) \\ -11 * (-6) + 11 * (-14) + 11 * (-19) \end{pmatrix} = \frac{1}{99}\begin{pmatrix} -99 \\ 198 \\ -297 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Из равенства матриц $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ следует x=-1, y=2, z=-3.

Ответ: x=-1, y=2, z=-3.

в) Решение системы методом Гаусса

Метод Гаусса решения системы ЛАУ включает 2 этапа:

Первый этап: с помощью элементарных преобразований расширенная матрица системы приводится к трапецеидальному виду. последовательно получаем нулевые элементы в первом столбце во всех строках ниже первой, потом во 2-ом столбце в строках ниже второй, потом в 3-ем столбце в строках ниже третьей и т.д., то есть двигаемся сверху вниз. Поэтому этот этап называется «***прямой ход метода Гаусса***».

Второй этап называется «***обратный ход метода Гаусса***». Он заключается в непосредственном нахождении решений системы ЛАУ по полученной матрице трапецеидального вида. При этом сначала находится решение из последней строки системы, затем из предпоследней и т.д., то есть двигаться приходится снизу вверх.

Для нашего примера первый этап уже выполнен при исследовании системы на совместность. Была получена матрица трапецеидального вида:

$$\overline{\mathrm{A}} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & \vdots & -19 \\ 0 & 11 & -7 & \vdots & 43 \\ 0 & 0 & -9 & \vdots & 27 \end{pmatrix}.$$

Обратный ход метода Гаусса:

Восстановим по матрице $\overline{\mathrm{A}}$ систему ЛАУ:

$\begin{cases} x - 3y + 4z = -19 \\ 11y - 7z = 43 \\ -9z = 27 \end{cases}$. Из последнего уравнения получим: $z = -3$, из второй строки системы имеем $11y = 43 + 7z$, подставляя в него $z = -3$, тогда $y = 2$. Наконец из первого уравнения имеем x-−3y + 4z $= -19$, откуда $x = -19 + 3y - 4z$, учитывая, что $z = -3$, $y = 2$ получим x = -1.

$$\begin{cases} x = -19 + 3y - 4z \\ 11y = 43 + 7z \\ z = -3 \end{cases} \to \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}.$$

Ответ: x=-1; y=2; z=-3.

Задание 2.

Исследовать систему на совместность и, если совместна, найти ее общее решение и одно частное $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 8 \\ 4x_1 + 11x_2 + x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -4 \end{cases}$.

Решение.

Выпишем расширенную матрицу системы и приведем ее к трапецеидальному виду с помощью элементарных преобразований строк:

$$\overline{\mathrm{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 & 2 & \vdots & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 5 & 0 & \vdots & 8 \\ 4 & 11 & 1 & -5 & 7 & \vdots & -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} (-1) & (-2) \\ \leftarrow\downarrow & \downarrow \\ \leftarrow & \downarrow \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 & 2 & \vdots & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 5 & -2 & \vdots & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -5 & 3 & \vdots & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ (1) \\ \leftarrow\downarrow \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 & 2 & \vdots & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 5 & -2 & \vdots & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \vdots & -5 \end{pmatrix}.$$

Из полученной преобразованной матрицы $\overline{\mathrm{A}}$ видно, что r(A) = r($\bar{A}$) =3, то есть система совместна. Число неизвестных равно 5, а ранг матрицы равен 3, поэтому система неопределенная и имеет бесчисленное множество решений. Выберем 3 неизвестные так, чтобы определитель, составленный из коэффициентов при этих неизвестных был не равен нулю и назовем их базисные неизвестные. Они остаются в левой части системы. Остальные неизвестные перенесем в правую часть каждого уравнения системы и назовем свободные неизвестные. Получим:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 2x_5 = 3 - x_3 \\ -x_2 - 2x_5 = 5 - x_3 - 5x_4 \\ x_5 = -5 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 2x_5 = 3 - x_3 \\ x_2 + 2x_5 = -5 + x_3 + 5x_4 \\ x_5 = -5 \end{cases}.$$

Эту систему можно решить любым известным методом, воспользуемся методом исключения неизвестных. Из последнего уравнения $x_5 = -5$, подставим это значение во второе уравнение получим x_2 = -5+$x_3 + 5x_4$+10, или x_2 = 5+$x_3 + 5x_4$. Из первого уравнения $2x_1$ = 3-x_3 - 5(5+$x_3 + 5x_4$)-2(-5), или x_1= -6-3x_3-(25/2)x_4.

Общее решение системы уравнений - это формулы, которые выражают базисные неизвестные x_1, x_2, x_5 через свободные неизвестные x_3, x_4.

$$\begin{cases} x_1 = -6 - 3x_3 - \frac{25x_4}{2} \\ x_2 = 5 + x_3 + 5x_4 \\ x_5 = -5 \end{cases}.$$

Свободные неизвестные x_3, x_4 могут принимать любые числовые значения, поэтому для получения частного решения системы уравнений примем $x_3 = 0, x_4 = 0$, тогда

частное решение имеет вид: $\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 5 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = -5 \end{cases}$.

Легко проверить, что полученное частное решение удовлетворяет каждому уравнению заданной системы уравнений. Подставим, например, значения неизвестных в первое уравнение системы: $2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_5 = 3$.
2*(-6)+5*5+2*(-5) = -12+25-10 = 3, получили тождество 3=3.

Ответ: Общее решение $\begin{cases} x_1 = -6 - 3x_3 - \frac{25x_4}{2} \\ x_2 = 5 + x_3 + 5x_4 \\ x_5 = -5 \end{cases}$, где x_3, x_4 - любые числа.

Частное решение $\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 5 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 5 \end{cases}$.

Задание 3.

Найти все решения однородной системы ЛАУ. Указать базисные и свободные неизвестные.

3.27	*а)* $\begin{cases} 5x - 4y + 2z = 0 \\ 3y - 2z = 0 \\ 4x + y - 3z = 0 \end{cases}$	*б)* $\begin{cases} 5x + 8y - 5z = 0 \\ 7x + 5y - z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$

Решение.

Однородная система ЛАУ всегда совместна, так как решение x=y=z=0 удовлетворяет каждому уравнению. Если это решение единственное, то ранг матрицы системы должен равняться числу неизвестных. Это значит, что определитель системы не равен нулю.

Если определитель системы уравнений равен нулю, то ранг матрицы системы меньше числа неизвестных и система имеет бесчисленное множество решений.

а) $\begin{cases} 5x - 4y + 2z = 0 \\ 3y - 2z = 0 \\ 4x + y - 3z = 0 \end{cases}$.

Решение.

Составим матрицу системы уравнений и найдем ее ранг.

$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 15 \neq 0$, окаймляющий минор $\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 3*(-1)^4 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} +$

$(-2)*(-1)^5 \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 3*(-25)+2*21=-33 \neq 0$.

Так как определитель 3-го порядка не равен нулю, то ранг матрицы равен 3. Это значит, что система имеет единственное решение x=y=z=0.

Ответ: x=y=z=0.

б) $\begin{cases} 5x + 8y - 5z = 0 \\ 7x + 5y - z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$.

Решение.

Составим матрицу А и найдем ее ранг. $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -5 \\ 7 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = -31 \neq 0$.

Окаймляющий минор третьего порядка $\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & 8 & -5 \\ 7 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$.

Если к элементам 3 строки прибавить соответствующие элементы 1-ой строки получим в определителе 2 одинаковые строки. По свойствам определителей такой определитель равен нулю.

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & 8 & -5 \\ 7 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 8 & -5 \\ 7 & 5 & -1 \\ 7 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

Минор 3-го порядка матрицы А равен нулю, поэтому ранг матрицы равен 2, так как $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = -31 \neq 0$. Это значит, что третье уравнение системы уравнений является линейной комбинацией первых двух, система уравнений имеет бесчисленное множество решений, которые находятся как решения первых двух уравнений системы:

$\begin{cases} 5x + 8y - 5z = 0 \\ 7z + 5y - z = 0 \end{cases}$.

Найдем общее решение системы. Для этого неизвестные x и y оставим в левой части, они будут базисными, неизвестную z перенесем в правую часть. Она будет свободная неизвестная, получим $\begin{cases} 5x + 8y = 5z \\ 7z + 5y = z \end{cases}$. Решаем систему по формулам Крамера:

x = $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, y = $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, где Δ = $\begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$=-31, Δ_1=$\begin{vmatrix} 5z & 8 \\ z & 5 \end{vmatrix} = 25z - 8z = 17z$, Δ_2=$\begin{vmatrix} 5 & 5z \\ 7 & z \end{vmatrix}$=-30z.

Тогда решения x = $\frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-17z}{31}$, y = $\frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{30z}{31}$.

Общее решение имеет вид $\begin{cases} x = -17z/31 \\ y = 30z/31 \\ z - \text{любое число} \end{cases}$.

Одно частное решение получим, если z=31, тогда $\begin{cases} x = -17 \\ y = 30 \\ z = 31 \end{cases}$.

Это решение удовлетворяет каждому уравнению системы. Подставим, например в 1-ое уравнение: $5x + 8y - 5z = 0$. Получим 5*(-17)+8*30-5*31 = -85+240-155=0, 0=0.

Ответ: Общее решение $\begin{cases} x = -17z/31 \\ y = 30z/31 \\ z - \text{любое число} \end{cases}$, частное решение $\begin{cases} x = -17 \\ y = 30 \\ z = 31 \end{cases}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты контрольной работы

Вариант№1

1. Вычислить определитель 4-го порядка: $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$..
2. Найти матрицу, обратную матрице А, сделать проверку:
$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.
3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.
а) $\begin{cases} x+y-3z=8 \\ x+2y-4z=9 \\ 2x+y-3z=11 \end{cases}$; *б)* $\begin{cases} 2x-2z=1 \\ 2x-2y+z=2 \\ 6x-2y-3z=3 \end{cases}$;
в) $\begin{cases} x-2y+4z=0 \\ 2y-2z=0 \\ 2x-2y+6z=0 \end{cases}$.
4. *Найти общее решение СЛАУ* $\begin{cases} x-2y+2z=0 \\ 2x+5y-z=0 \end{cases}$.

Вариант№2

1. Вычислить определитель 4 порядка $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Найти матрицу, обратную А, сделать проверку:

$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x+y+2z=8 \\ 3x+2y+3z=9 \\ 6x+y+3z=15 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} -2x+y-z=1 \\ 2x+2y+z=-1 \\ -2x+4y-z=0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x+3y-6z=0 \\ -3y+3z=0 \\ 2x+3y-9z=0 \end{cases}$

4.Найти общее решение систем ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 5x-9y+4z=0 \end{cases}$

Вариант №3

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

2. *.Найти обратную к матрице А, сделать проверку:*

$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y + 5z = -9 \\ -3x + 2y + 8z = -17 \\ -6x + y + 5z = -6 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} x - 2y - 3z = 1 \\ 2x - y + z = -2 \\ 4x - 5y - 5z = -1 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ -y + z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$

Вариант№4

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ -1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

2. *Найти обратную к матрице А, сделать проверку:*

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y + 3z = -12 \\ 3x + 2y + 4z = -17 \\ 6x + y + 5z = -19 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x + 4y + 16z = 0 \\ -3x \pm 4 + 4z = 0 \\ -7x + 4y + 36z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 3x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$

Вариант№5

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & -1 \end{vmatrix}$.

2. *Найти обратную к матрице А, сделать проверку:*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 3x + 2y - 2z = 5 \\ 6x + y + 5z = 10 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} 2x - 2y - 2z = 1 \\ 2x + 2y + z = 2 \\ 6x - 6y - 3z = 3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x - 4y - 8z = 0 \\ -2x + y4 - 4z = 0 \\ -4x - 4y - 20z = 0 \end{cases}$

4. .Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + 4y - 3z = 0 \\ 5x - 10y + z = 0 \end{cases}.$

Вариант№6

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & -1 & -3 \\ 4 & -4 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$

2. *Найти матрицу, обратную к матрице А, сделать проверку:*

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ 2x + 2y + 5z = 10 \\ 4x + y - z = 4 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} x + 3y + 3z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 5y + 7z = 5 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - 3y + 6z = 0 \\ 3y - 3z = 0 \\ 2x - 3y + 9z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 0 \\ 6x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$

Вариант№7

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & 10 & -1 & 5 \\ -3 & -15 & -6 & 13 \end{vmatrix}.$

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y - z = -1 \\ -3x + 2y - z = -3 \\ -6x + y - z = 2 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} x - 3y - z = -3 \\ 2x - y + z = 3 \\ 4x - 7y - z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - 3y + 6z = 0 \\ -y + z = 0 \\ 2x - 3y + 9z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0 \\ 4x + 5y - 6z = 0 \end{cases}$.

Вариант№8

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & 1 & 8 \end{vmatrix}$.

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -x + y + z = 1 \\ -x + 2y + z = -2 \\ -2x + y + 3z = 6 \end{cases}$

б) $\begin{cases} -2x + y + 2z = -3 \\ 2x + 2y + z = 3 \\ -2x + 4y + 5z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x + 3y + 12z = 0 \\ -3x + 3y + 3z = 0 \\ -7x + 3y + 27z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение систему ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 6x - y - z = 0 \\ 2x - 6y + z = 0 \end{cases}$.

Вариант№9

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -x + y + 2z = 2 \\ -x + 2y + 5z = 5 \\ -2x + y - z = -3 \end{cases}$

б) $\begin{cases} -2x + y - z = 3 \\ 2x + 2y + z = 2 \\ -2x + 4y - z = 5 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - 2y + 4z = 0 \\ 2y - 2z = 0 \\ 2x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 9x - y + 3z = 0 \\ x + 2y + 4z = 0 \end{cases}$.

Вариант№10

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y - 4z = -7 \\ -3x + 2y - 6z = -8 \\ -6x + y - 3z = -13 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} -2x + 3y - z = 3 \\ 2x + 2 + z = 1 \\ -2x + 8y - z = 4 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + y - 4z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 5x + y - 7z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение систем ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + 4y - 5z = 0 \\ 5x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$.

Вариант№11

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$A = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 2 \\ -14 & -2 & 4 \\ -3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 4 \\ 2x + 2y + 4z = 8 \\ 4x + y + 5z = 4 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} x - 3y - z = 2 \\ 2x - y + z = 1 \\ 4x - 7y - z = 3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x + 2y + 8z = 0 \\ -3x - 2y + 2z = 0 \\ -7x + 2y + 18z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение систем ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 3x - 4y + z = 0 \\ x + 4y - 2z = 0 \end{cases}$.

Вариант№12

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$.

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y + 2z = -2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ -6x + y + 3z = -4 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} -2x - 2y + 2z = -2 \\ 2x + 2y + z = 3 \\ -2x - 2y + 5z = 1 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + 3y - 6z = 0 \\ -3y + 3z = 0 \\ 2x + 3y - 9z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение СЛАУ: $\begin{cases} 8x - 2y + z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}.$

Вариант№13

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y - 2z = -13 \\ 3x + 2y - 2z = -15 \\ 6x + y - 3z = -23 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} -2x + 3y - 2z = 1 \\ 2x + 2y + z = -1 \\ -2x + 8y - 3z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x - 2y + 8z = 0 \\ x + 2y - 2z = 0 \\ 5x - 2y + 14z = 0 \end{cases}.$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 6x + 4y - z = 0 \end{cases}.$

Вариант№14

1. *Вычислить определитель 4 порядка:* $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}.$

2. *Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:*

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y = -8 \\ -3x + 2y + 2z = -9 \\ -6x + y - 3z = -14 \end{cases}$ *б)* $\begin{cases} -2x - 2y - 3z = -3 \\ 2x + 2y + z = -3 \\ -2x - 2y - 5z = -6 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x - 3y - 6z = 0 \\ -2x + 3y - 3z = 0 \\ -4x - 3y - 15z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 5x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$.

Вариант№15

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ 6x + y + 3z = 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3z = -2 \\ 2x - 2y + z = -1 \\ 6x - 2y - 5z = -3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x - 4y + 16z = 0 \\ x + 4y - 4z = 0 \\ 5x - 4y + 28z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + 7y + z = 0 \\ 3x - 6y + 5z = 0 \end{cases}$.

Вариант№16

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 & -6 \\ -24 & 2 & 17 & 12 \\ -10 & 2 & 8 & 4 \\ -11 & 5 & 11 & 2 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x + 2y + 2z = 5 \\ 6x + y - 3z = 11 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y - 2z = 2 \\ 2x - y + z = 3 \\ 4x + y - 3z = 5 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x + 3y + 6z = 0 \\ -2x - 3y + 3z = 0 \\ -4x + 3y + 15z = 0 \end{cases}$.

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 3x - 2y - 7z = 0 \\ 3x - y + 4z = 0 \end{cases}$.

Вариант№17

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \\ 4 & -4 & 3 & 5 \\ -3 & 5 & -8 & 3 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -x + 2y + 7z = 4 \\ -x + y + 4z = 1 \\ -2x + y + 3z = -1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x + 3y + z = 1 \\ 2x + 2y + z = 3 \\ -2x + 8y + 3z = 4 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x + y + 2z = 0 \\ -2x - 3y + z = 0. \\ -4x + y + 5z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x - 3y + 7z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$.

Вариант№18

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 3 & 8 & -2 & -20 \\ 2 & -4 & 3 & 16 \\ 5 & -8 & 8 & 28 \\ 4 & -8 & 5 & 24 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -x + y = -2 \\ -x + 2y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ 2x - y + z = -3 \\ 4x + 5y + 3z = -2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x + y + 2z = 0 \\ -2x - y + z = 0 \\ -4x + y + 5z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 6x - y + 2z = 0 \\ x + 4y - z = 0 \end{cases}$.

Вариант№19

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 3 & -9 & -3 & -6 \\ 5 & -8 & -2 & -7 \\ -4 & 5 & 3 & 4 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y - 3z = 6 \\ 3x + 2y - 5z = 7 \\ 6x + y - z = 14 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 2x - 2y + z = -3 \\ 6x - 8y + z = -1 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}.$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 4x + 2y - z = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \end{cases}.$

Вариант№20

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 10 & 5 & 8 & 6 \\ -11 & -10 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 7 & 4 \end{vmatrix}.$
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y - 2z = -1 \\ -3x + 2y - 2z = -4 \\ -6x + y - 3z = 3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x - y - 3z = -1 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ -2x - 5z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x - 3y + 12z = 0 \\ x + 3y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + 21z = 0 \end{cases} /$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + 7y - z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}.$

Вариант№21

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & -12 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -1 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x + y + 4z = -11 \\ -3x + 2y + 6z = -12 \\ -6x + y + 5z = -19 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \\ 4x + 3y + 3z = 0 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x-4y-8z=0 \\ -2x+4y-4z=0 \\ -4x-4y-20z=0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 3x-5y+7z=0 \\ 2x-4y+6z=0 \end{cases}$.

Вариант№22

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 11 \\ 4 & 6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x+y+2z=10 \\ -3x+2y+5z=10 \\ -6x+y-z=22 \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x-2y-2z=2 \\ 2x+2y+z=-3 \\ -2x-2y-3z=-1 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x-3y-12z=0 \\ -3x+3y-3z=0 \\ -7x-3y-27z=0 \end{cases}$.

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} x-2y+6z=0 \\ 2x+2y-z=0 \end{cases}$.

Вариант№23

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} -8 & 17 & 5 & 13 \\ -1 & 3 & -1 & 5 \\ 11 & -13 & -7 & -7 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -3x+y-2z=0 \\ -3x+2y-2z=-2 \\ -6x+y-3z=4 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-2y+z=1 \\ 6x+z=2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x-2y+8z=0 \\ x+2y-2z=0 \\ 5x-2y+14z=0 \end{cases}$.

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 4x-y+2z=0 \\ 5x+2y-z=0 \end{cases}$.

Вариант№24

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 3 & 2 \\ 7 & 10 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 9 & 7 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к A, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} -x + y + 5z = -12 \\ -x + 2y + 8z = -19 \\ -2x + y + 5z = -13 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + z = 3 \\ 4x + 3y - z = 5 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + 2y - 8z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \\ 5x + 2y - 14z = 0 \end{cases}$.

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 0 \end{cases}$.

Вариант№25

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 4 & 1 & -4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$.
2. Найти матрицу, обратную к A, сделать проверку:

$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ 6x + y + 3z = -3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x - 2y + 3z = 2 \\ 2x + 2y + z = 1 \\ -2x - 2y + 7z = 3 \end{cases}$

в) $\begin{cases} -2x - 2y - 8z = 0 \\ -3x + 2y - 2z = 0 \\ -7x - 2y - 18z = 0 \end{cases}$.

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$.

Вариант№26

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 1 & -5 & 4 & 4 \\ 16 & 7 & 3 & 2 \\ 12 & 5 & -4 & -7 \\ 4 & 8 & -5 & -3 \end{vmatrix}$..
2. Найти матрицу, обратную к A, сделать проверку:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 2y - 2z = -1 \\ 2x + y + 5z = 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ 2x - y + z = -3 \\ 4x - 3y + 7z = -2 \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x - y + 4z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 5x - y + 7z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 5x - 2y + z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$.

Вариант№27

1. Вычислить определитель 4 порядка: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$..
2. Найти матрицу, обратную к А, сделать проверку:

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти все решения системы линейных уравнений. Указать базисные и свободные переменные.

а) $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 3x + 2y - 2z = -4 \\ 6x + y + 5z = 19 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x - 7y + z = 4 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + 4y - 8z = 0 \\ -4y + 4z = 0 \\ 2x + 4y - 12z = 0 \end{cases}$

4.Найти общее решение системы ЛАУ и одно частное: $\begin{cases} 5x - y + z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Расчетно-графическая работа по теме «Линейная алгебра»

1.Вычислить определитель 4 порядка:

1.1 $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 8 & 7 \\ -6 & -3 & 9 & 6 \\ 0 & 2 & -3 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	1.2 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & -9 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & -6 \end{vmatrix}$	1.3 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 9 \\ -6 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & 6 \\ 2 & -5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$
1.4 $\begin{vmatrix} -5 & -2 & 0 & 9 \\ -9 & -6 & -3 & 0 \\ 4 & -1 & 6 & -3 \\ -1 & -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$	1.5 $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 9 & 5 \\ 0 & -2 & -5 & -8 \\ 3 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -9 & 3 & -4 \end{vmatrix}$	1.6 $\begin{vmatrix} 6 & -9 & -3 & -8 \\ -5 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & -2 & -9 \end{vmatrix}$
1.7 $\begin{vmatrix} -6 & -8 & 0 & 2 \\ 3 & -5 & -7 & -9 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 6 \end{vmatrix}$	1.8 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & -9 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$	1.9 $\begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -8 \\ 3 & 1 & 3 & -6 \\ 4 & -5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$
1.10 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 & -8 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 8 & -7 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 8 \end{vmatrix}$	1.11 $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -5 & -7 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & -4 & -8 & 1 \end{vmatrix}$	1.12 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 4 & -5 \\ 8 & 9 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
1.13 $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ -3 & -4 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	1.14 $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -5 & 1 \end{vmatrix}$	1.15 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 5 \\ 6 & -7 & 8 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$
1.16 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 6 \\ -5 & -6 & -9 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$	1.17 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & -5 & -3 & 6 \\ -8 & -9 & -4 & 0 \end{vmatrix}$	1.18 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 & 6 \\ -8 & -9 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & -6 \end{vmatrix}$
1.19 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 8 & -9 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$	1.20 $\begin{vmatrix} 8 & 9 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -5 & 2 \\ 1 & -3 & 5 & 0 \\ 7 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$	1.21 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 9 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$
1.22 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$	1.23 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -8 & 9 \\ 2 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$	1.24 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 \\ -4 & 5 & 7 & 1 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
1.25 $\begin{vmatrix} 1 & 6 & -9 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$	1.26 $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$	1.27 $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 9 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 5 & 8 \end{vmatrix}$

2. Найти A^m*B – кЕ, где число к задано в каждом варианте, Е – единичная матрица.

2.1 A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; к = 5	2.2 A = $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ к = 6
2.3 A = $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ к = 8	2.4 A = $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ к = 3
2.5 A = $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ к = 4	2.6 A = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ к = 6
2.7 A = $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ к = 6	2.8 A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ к= 4
2.9 A = $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ к = 3	2.10 A = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ к = 5
2.11 A = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ к = 8	2.12 A = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ к = 6
2.13 A = $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ к = 5	2.14 A = $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ к = 3
2.15 A = $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ к = 8	2.16 A = $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ к = 6
2.17 A = $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & -2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ к = 9	2.18 A = $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ к = 7
2.19 A = $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ к = 8	2.20 A = $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ к = 4
2.21 A = $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ к = 9	2.22 A = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ к = 6
2.23 A = $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ к =8	2.24 A = $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ к =3
2.25 A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ к = 3	2.26 A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ к = 5
2.27 A = $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$; B = $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	

к = 5	

3. Решить матричное уравнение A*X=B, где матрицы A и B заданы:

3.1 A = $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 & -9 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$	3.2 A = $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$
3.3 A = $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$	3.4 A = $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$
3.5 A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	3.6 A = $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$
3.7 A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$	3.8 A = $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
3.9 A = $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -6 & 6 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	3.10 A = $\begin{pmatrix} -8 & 8 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 8 & -8 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$
3.11 A = $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$	3.12 A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$
3.13 A = $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$	3.14 A = $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$
3.15 A = $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$	3.16 A = $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$
3.17 A = $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	3.18 A = $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix}$
3.19 A = $\begin{pmatrix} -7 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$	3.20 A = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$
3.21 A = $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$	3.22 A = $\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$
3.23 A = $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$	3.24 A = $\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
3.25 A = $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	3.26 A = $\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$
3.27 A = $\begin{pmatrix} -10 & 17 \\ 7 & -12 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	

4. Найти матрицу, обратную к матрице A, сделать проверку.

4.1 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$	4.2 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	4.3 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
4.4 A=$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & -2 \\ -2 & -6 & -3 \end{pmatrix}$	4.5 A=$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	4.6 A=$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
4.7 A=$\begin{pmatrix} 3 & -8 & -2 \\ -1 & 5 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	4.8 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	4.9 A=$\begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
4.10 A=$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 3 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	4.11 A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	4.12 A=$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
4.13 A=$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 7 \end{pmatrix}$	4.14 A=$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 7 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	4.15 A=$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$
4.16 A=$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 \\ -8 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	4.17 A=$\begin{pmatrix} -7 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	4.18 A=$\begin{pmatrix} -9 & 1 & 3 \\ 7 & -3 & 1 \\ 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$
4.19 A=$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -9 \\ -5 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	4.20 A=$\begin{pmatrix} 9 & 3 & -3 \\ 2 & -4 & 2 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	4.21 A=$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -8 & 6 & -2 \\ -9 & 6 & -5 \end{pmatrix}$
4.22 A=$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ -6 & 7 & -7 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$	4.23 A=$\begin{pmatrix} -7 & 2 & 1 \\ -9 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$	4.24 A=$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -7 \\ -1 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & -5 \end{pmatrix}$

4.25 A=$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -8 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -5 & 7 \end{pmatrix}$	4.26 A=$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -7 \\ -1 & -2 & 6 \\ -5 & 8 & -9 \end{pmatrix}$	4.27 A=$\begin{pmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 4 & -9 \\ 1 & 1 & \end{pmatrix}$

5. Решить систему, записанную в матричном виде:
   - по формулам Крамера;
   - матричным способом4
   - методом Гаусса.

5.1 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & -5 \\ -6 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 \\ -13 \\ -14 \end{pmatrix}$	5.2 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 6 \\ -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 20 \\ 27 \\ 31 \end{pmatrix}$
5.3 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$	5.4 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 19 \end{pmatrix}$
5.5 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	5.6 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$
5.7 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \\ -6 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix}$	5.8 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}$
5.9 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$	5.10 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix}$
5.11 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 7 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	5.12 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix}$
5.13 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$	5.14 $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$
5.15 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -9 \\ -8 \\ -15 \end{pmatrix}$	5.16 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \\ -6 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 26 \end{pmatrix}$
5.17 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 6 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 \\ -11 \\ -9 \end{pmatrix}$	5.18 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 \\ -11 \\ -13 \end{pmatrix}$
5.19 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}$	5.20 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -6 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ -13 \end{pmatrix}$
5.21 $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$	5.22 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -6 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -9 \\ -13 \\ -14 \end{pmatrix}$
5.23 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ -3 & 2 & 8 \\ -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 14 \\ 21 \\ 17 \end{pmatrix}$	5.24 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 8 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$
5.25 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 8 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 \\ -14 \\ -6 \end{pmatrix}$	5.26 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ -12 \end{pmatrix}$
5.27 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$	

Список литературы

1. Под редакцией В.И. Ермакова. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие. – М.: ИНФРА - М, 2004.-575 с.

2. С.П. Баутин, Ю.Ю. Чернышов МАТЕМАТИКА 1.семестр. Электротехнический факультет. Учебно-практическое издание для занятий и самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика». – Екатеринбург, 2008. – 50.с.

3. А.П. Рябушко. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Часть 1. – Минск : Изд-во «Высшая школа», 2005. – 271 с.

4. Н.В. Деменева Линейная алгебра: Сборник задач. ПГСХ им. Академика Прянишникова. – Пермь: ИПЦ Прокрость», 2016. – 142 с.